Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 5

№1

~~Пусть~~ Составим таблицу, где V_e это скорость поедания машины, t - время, за которое съели A машины

	V_e (кг/мин)	t (мин)	A (кг)
София и Арсений	~~$\frac{1}{9}$~~ $\frac{1}{18}$	9	0,5
Рома и Арсений	$\frac{1}{24}$	12	0,5
София и Рома	$\frac{1}{36}$	18	0,5

если мы сложим все скорости поедания, то получим удвоенную совместную скорость всех троих, тогда чтобы получить скорость всех вместе нужно сложить все скорости и поделить на 2

$$\frac{\frac{1}{18}^{*} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36}}{2} = \frac{\frac{1}{9\cdot 2}^{\cdot 4} + \frac{1}{3\cdot 8}^{\cdot 3} + \frac{1}{9\cdot 4}^{\cdot 2}}{2} = \frac{\frac{4+3+2}{\cancel{56}\ 72}}{2} = \frac{\frac{9}{\cancel{56}\ 2}}{72\cdot 2} = \frac{1}{16}$$

(кг/мин) тогда 1 кг они съедят за

$1 : \frac{1}{16} = \boxed{16\ (\text{мин})}$ Ответ: они вторым съедят 1 кг ~~целую~~ ~~одну~~ машины за 16 минут

Можно использовать оборот листа для записи решений

№2

$(y-2)\cdot(3x-12)=5x^2-21x+4$

раскроем скобки

$3xy-12y-6x+24=5x^2-21x+4$

перенесём всё в одну сторону

$5x^2-15x-20+12y-3xy=0$

$5\cdot(x^2-3x-\overset{4}{\cancel{20}})-3y\cdot(x-4)=0$

найдем разложим это на множители

$D=9+16=25=5^2$

$x_1=\frac{3+5}{2}=4 \Rightarrow x^2-3x-4=(x-4)\cdot(x+1)$

$x_2=\frac{3-5}{2}=-1$

$5\cdot(x-4)\cdot(x+1)-(x-4)\cdot 3y=0$

вынесем $x-4$ за скобки

$(x-4)\cdot(5x+5-3y)=0$

$\left[\begin{array}{l} x-4=0 \\ 5x+5-3y=0 \end{array}\right.$

$\boxed{x=4}$

$y=(x+1)\cdot\frac{5}{3}$

если y должен быть целым, то $x+1 \vdots 3$,

тогда $x\equiv 2 \pmod 3$

~~Ответ: $x=4$, y - любое целое число; $x\equiv 2 \pmod 3$ $y=\frac{(x+1)\cdot 5}{3}$ при целом~~

Ответ: $x=4$ y - любое целое число,

$x=3k-1$ $y=5k$ при любом целом k.

$x^2 + x + a^2x - 2 + 2a^2 + x + 2 = 0$

$x^2 + 2x + a^2x + 2a^2 = 0$

$x^2 + x \cdot (a^2+2) + 2a^2 = 0$

найдём дискриминант

$D = a^4 + 4a^2 + 4 - 8a^2 = a^4 - 4a^2 + 4 = (a^2-2)^2$

чтобы был только 1 корень D должен быть равен 0

$(a^2-2)^2 = 0 \quad a^2 - 2 = 0 \quad a^2 = 2 \Rightarrow \boxed{a = \pm\sqrt{2}}$

Ответ: при ~~$a = \sqrt{2}$ и $a = -\sqrt{2}$~~

подставим $a = \pm\sqrt{2}$

$x = \frac{-a^2-2}{2} = \frac{-2-2}{2} = -2$ или $\frac{-(\pm\sqrt{2})^2-2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

Ответ: при $a = \sqrt{2}$; $a = -\sqrt{2}$

№6

найдём площади поперечных сечений.

① у пятиугольного

радиус окружности будет равен $\frac{\sqrt{3\pi\sqrt{3}}}{\pi}$ ~~=~~ $\Rightarrow$ площадь ~~по~~ сечения

$= \pi \cdot \frac{\left(\sqrt{3\pi\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 \cdot \pi^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

② у квадрата ~~сторона~~

сторона квадрата $= \frac{9\sqrt[4]{3}}{3} = 3\sqrt[4]{3}$

площадь квадрата $= (3\sqrt[4]{3})^2 = 9\sqrt{3}$

olymp.bmstu.ru

№4

$$\left| \frac{x\cdot(x^2-3)+(x+2)^2-(x^3+6)}{x+\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}-1} \right| = a^2+1$$

$$\left| \frac{x^3-3x+x^2+4x+4-x^3-6}{x+3-4+\sqrt{9}-1} \right| = a^2+1$$

$$\left| \frac{x^2+x-2}{x+2} \right| = a^2+1$$

I вар $\frac{x^2+x-2}{x+2} = a^2+1$

$$x^2+x-2 = x^2a^2+x+2a^2+2$$
$$x^2+x-x-2-2-2a^2-xa^2=0$$
$$x^2-xa^2-2a^2-4=0$$

найдём дискриминант

$D = a^4+8a^2+16 = (a^2+4)^2$

чтобы был только 1 корень D должен быть $=0 \Rightarrow (a^2+4)^2=0 \Rightarrow a^2+4=0$

$a^2=-4$, уравнение $a^2 \geq 0$ корней нет

II вариант $\frac{x^2+x-2}{x+2} = -a^2-1$

$$x^2+x-2 = -xa^2-x-2a^2-2=0$$

$4 \cdot (6-2x)^2 = (6-2x)^2 + 0{,}75x^2$

$(6-2x)^2 = \frac{1}{4}x^2$

$36 - 24x + 4x^2 = \frac{1}{4}x^2 \quad | \cdot 4$

$144 - 96x + 15x^2 = 0 \quad | :3$

$5x^2 - 32x + 48 = 0$

$D = \quad x < 3$, т.к. иначе AD будет ≤ 0

$D = 32^2 - 48 \cdot 20 = 32^2 - 32^2 \cdot 30 = 64 = 8^2$

$x_1 = \frac{32-8}{10} = \boxed{2{,}4}$

$x_2 = \frac{32+8}{10} = 4$ не подходит

~~Ответ~~ $\boxed{x = 2{,}4}$

$S_{ABCD} = H_1C \cdot HD = \left(6 - \frac{3 \cdot 2{,}4}{2}\right) \cdot \frac{2{,}4\sqrt{3}}{2} =$

$= (6 - 3{,}6) \cdot 1{,}2\sqrt{3} = \frac{24 \cdot 12\sqrt{3}}{10 \cdot 10} = 2{,}88\sqrt{3} = \frac{72}{25}\sqrt{3}$

Пранизмевидных всего число: 25, т.к. иначе сумма площадей поперечных сечений $\sqrt{3}$ не будет целой, т.е коэф. $\sqrt{3}$ не будет целым, ~~если их 50, то их площадь все попер. сеч. $= 144\sqrt{3}$.~~ ~~и если~~ но такого не может быть, т.к. должно быть ещё 2 пожарных тела $\Rightarrow$ сумма все площадей будет

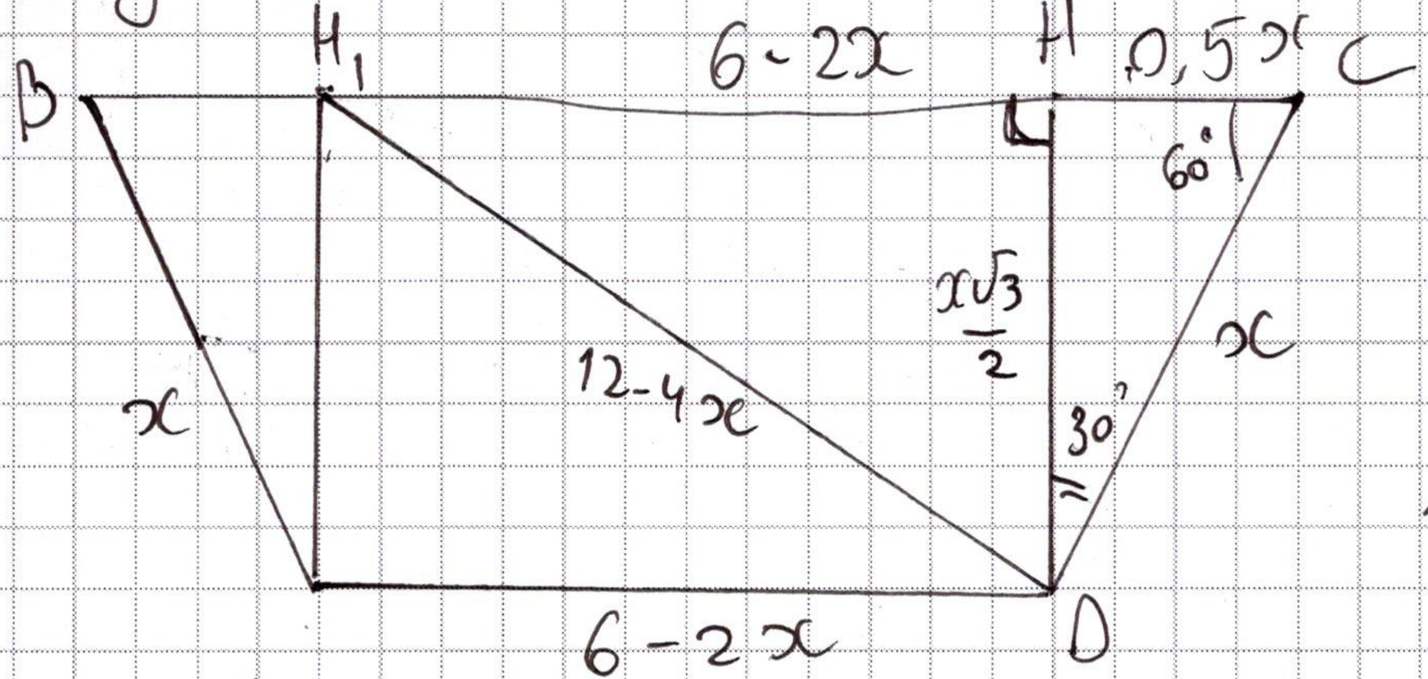
olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

(3) у трапеции



$AB + AD + DC = 6$

$AB = DC = x$

$AD = 6 - 2x$

$\angle A = \angle D = 120^\circ$

проведём высоты DH и AH_1

проведём DH_1

$H_1H = AD = 6 - 2x$, т.к. AH_1, HD - перпендикуляры (все углы по 90°)

$\angle C = 60^\circ$ ($180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$)

$\angle HDC = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$HC = \frac{DC}{2} = 0,5x$

ΔHDC: $HD = \sqrt{DC^2 - 0,25x^2} = \sqrt{\frac{3}{4}x^2} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$

ΔH_1DC: $\frac{H_1H}{H_1D} = \frac{HC}{CD}$

$\frac{6-2x}{H_1D} = \frac{1}{2}$

$H_1D = 12 - 4x$

ΔH_1HD: $H_1D^2 = HD^2 + H_1H^2$

$(12-4x)^2 = (6-2x)^2 + \frac{3}{4}x^2$

$144 - 96x + 16x^2 = 36 - 24x + 4x^2 + \frac{3}{4}x^2$

$108 - 72x + \ldots$

Можно использовать оборот листа для записи решений

найдем площадь для каждого желоба
стоимость

① трапециевидный $\frac{\frac{72\sqrt{3}}{25}}{3} = \frac{24}{25}\sqrt{3} = 0,96\sqrt{3}$ ($м^2$/см)

② полукруглый $\frac{3\sqrt{3}}{4} = 0,75\sqrt{3}$ ($м^2$/см)

③ квадратный $\frac{9}{6}\sqrt{3} = 1,5\sqrt{3}$ ($м^2$/см.)

выгоднее всего брать квадратные
мы должны взять: как минимум 2 полукруг-
ых, тогда их площадь сечен. $= 3\sqrt{3}м^2$, как
минимум 25 трапециевидных, тогда
их площадь сечения $= 72\sqrt{3}м^2$,
разберем 2 варианта, где мы берём ещё
25 трапециевидных и 2, где мы оставляем
25 трапециевидных

I сумма площадей сечений ещё 25 трапециевид-
ных $= 72\sqrt{3}м^2$ тогда всего осталось
добрать $3\sqrt{3}м^2$ площади. у квадратного
площ. желоба 5 сеч пл. сеч. $> 3\sqrt{3}$, тогда
мы можем добрать только полукруглыми
$\frac{3\sqrt{3}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}} = 2$ возьмем ещё 2 полукруглых,
тогда всего мы потратили
$50 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 158$ у.е.

II вар. выгоднее всего будет взять максимум квадратных желобов, а так т.к. нас площадь самая большая стоимости, тогда возьмём ещё

$75\sqrt{3}\ /\!/\ 9\sqrt{3} = 8$ желобов

~~$9\sqrt{3}$~~

$75\sqrt{3} - 9\sqrt{3} \cdot 8 = 3\sqrt{3}\ (м^2)$ нам осталось добрать

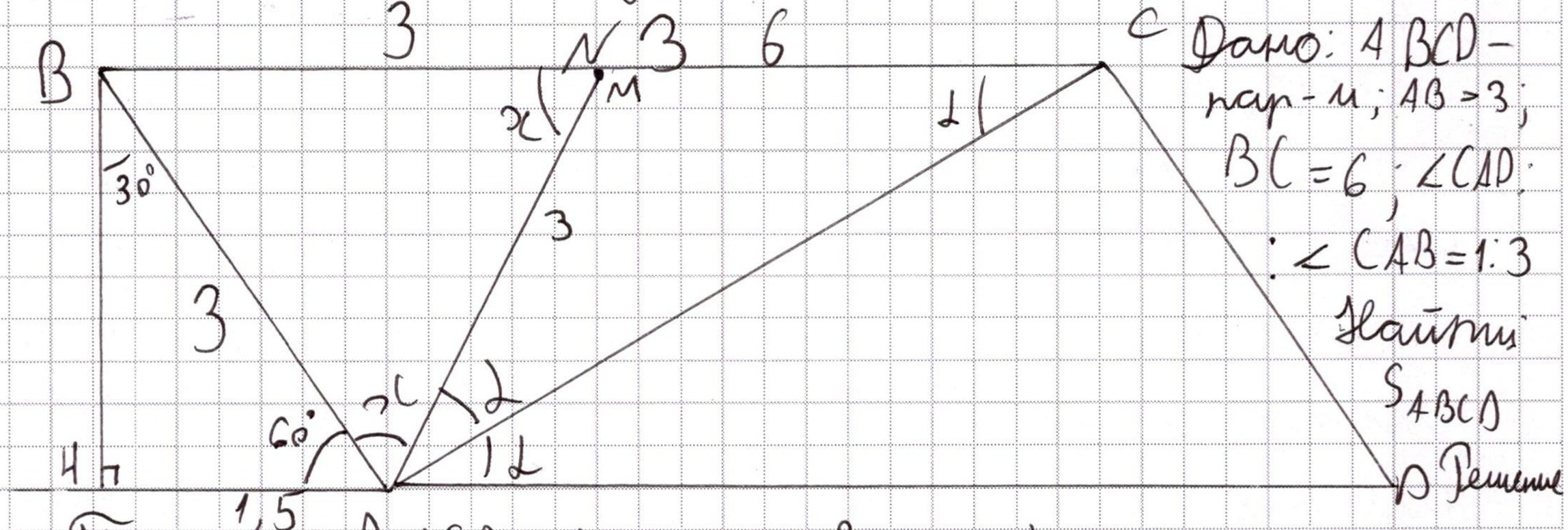
$3\sqrt{3}\ м^2$, ~~тогда~~ число трапециевидных ? 25, тогда ими мы не можем добрать, тогда доберём 2 полукруглыми

и того мы потратили ~~$25 \cdot 3 + 8 \cdot 6 +$~~

$25 \cdot 3 + 8 \cdot 6 + 4 \cdot 2 = 75 + 48 + 8 = 75 + 56 =$ ~~$+2 =$~~ **131 у.е.**

~~Это~~ во II варианте мы потратили меньше тогда изготовив таким способом мы потратим минимальное кол-во у.е

Ответ: 131 у.е.



Дано: ABCD – пар-м; AB = 3; BC = 6; ∠CAD : ∠CAB = 1 : 3

Найти S_{ABCD}

Решение

Пусть ∠ACD = 2 ⇒ ∠BAC = 3 2

проведём AM так, что BM = MC

$BM = \frac{6}{2} = 3$ (см) Пусть ∠AMB = x ⇒ ∠BAM = x

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1 ~

т.к. $AB = BM$

$\angle ABM = 180^\circ - 2x$ из $\triangle ABM$

$\angle ABM = 180^\circ - 4\alpha$, т.к. $BC \parallel AD$, а $\angle BAD = 4\alpha$

$\Downarrow$

$180^\circ - 2x = 180^\circ - 4\alpha$

$2x = 4\alpha$

$x = 2\alpha$ $\angle ACM = \alpha$, т.к. $\angle CAD = \angle ACB$,

т.к. $BC \parallel AD$

$\angle MAC = \angle BAD - \angle BAM - \angle DAC = 4\alpha - 2\alpha - \alpha = \alpha$

$\angle MAC = \angle MCA = \alpha \Rightarrow AM = MC = 3$

$BA = BM = AM = 3$

$\Downarrow$

$\angle BAM = 60^\circ$ т.е. $x = 60^\circ \Rightarrow 2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \boxed{\alpha = 30^\circ}$

$\angle BAD = 4\alpha = 4 \cdot 30^\circ = 120^\circ$

Опустим перпендикуляр BH на продолжение AD за т. A

$\angle BAH = 180^\circ - 4\alpha = 60^\circ$

$\angle HBA = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{AB}{2} = 1{,}5$ см (катет напротив угла $30^\circ = \frac{\text{гипот.}}{2}$)

$S_{ABCD} = BH \cdot BC$

$\triangle BHA$: $BH^2 = BA^2 - AH^2 = 9 - 2{,}25 = 6{,}75 = \frac{675}{100} =$

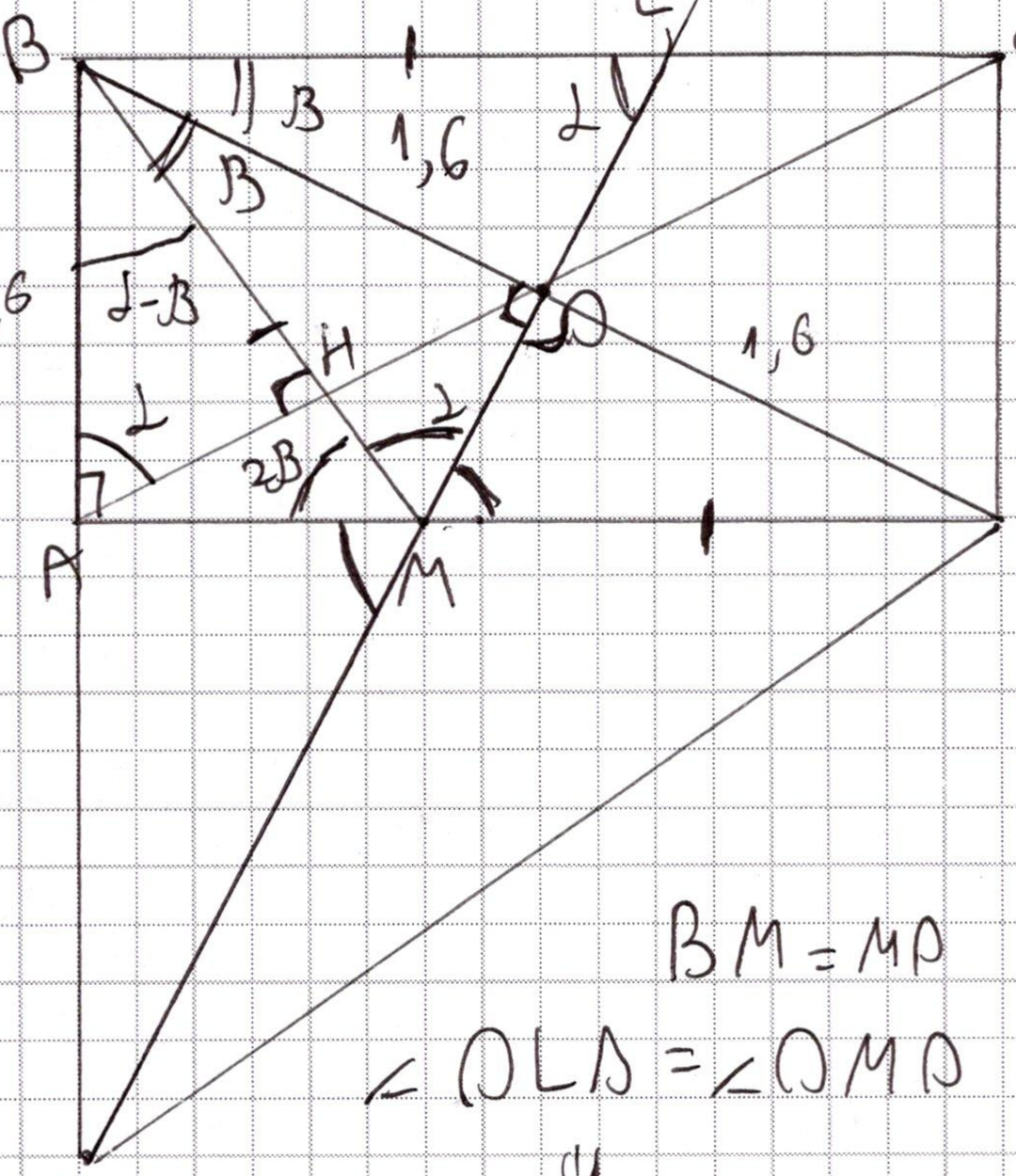
$= \frac{27}{4}$ $BH = \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (см)

$S_{ABCD} = BH \cdot BC = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 6 = \boxed{9\sqrt{3}}$ (см^2)

Можно использовать оборот листа для записи решений

Ответ: площадь параллелограмма равна $9\sqrt{3}$

№5



Дано: $BM \perp AC$; $ABCD$ – прямоуг.; $AO=OC$; $BM=MD$

$BO=1,6$ Найти: ① DAM ② PD

Решение:

$BO=1,6$ см

$AO=1,6$ см

$BM=MP$ $BO=OD$ $\Rightarrow$ OM – медиана биссектриса и высота

$\angle OLD = \angle OMP$

$BL = BM$ $OM = OL$

$BLPM$ – ромб

Пусть $\angle BLP = \alpha$; $\angle LBO = \beta$

$\angle BAO = \alpha$, т.к. $BO=AO$ $\angle AOB = 180^\circ - 2\alpha$

$2\alpha - \beta = \beta + 180^\circ - \alpha - \beta$

$4\alpha = 2\beta + 180^\circ$

$\beta = 2\alpha - 90^\circ$

$\triangle ABH$: $\triangle BOL$ $2\alpha - 90^\circ + \alpha + 90^\circ = 180^\circ$

$\alpha = 60^\circ$

$\triangle ABO$: $AO=BO \Rightarrow \angle ABO = \angle BAO = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABO$ – равн.

① $AB=1,6$ $\Rightarrow$ BH – медиана $\Rightarrow$ $AH = \frac{AO}{2} =$ **0,8**

②

$\angle ABO = 60^\circ \Rightarrow \angle BPO = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ \Rightarrow PB = BO$

$\frac{PB}{2} = 1,6$ $PB = 3,2$ $\triangle PBD$ – равнобед., т.к. $BO=OP$; $\angle AOB = 90^\circ$

$PB = PD = 3,2$

Ответ: ① $AH = 0,8$ ② $PD = 3,2$